

Συμμετρίες και Δυισμοί

Θανάσης Χατζησταυρακίδης

Van Swinderen Institute



**rijksuniversiteit
groningen**

faculteit wiskunde en
natuurwetenschappen

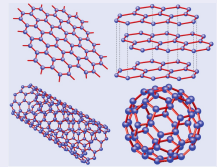
@ Κέρκυρα

13η Σεπτεμβρίου 2016

Γιατί συμμετρία;

Συμμετρία $\leftrightarrow$ Αισθητική Ομορφιά

Στην Φύση

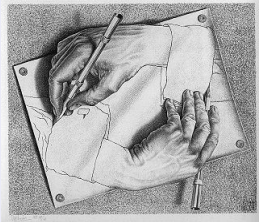
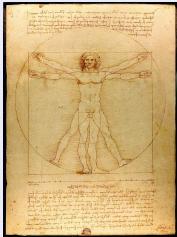


Η συμμετρία στα φυσικά αντικείμενα συνήθως εξυπηρετεί κάποιον σκοπό...

Γιατί συμμετρία;

Συμμετρία ↔ Αισθητική Ομορφιά

Στην Τέχνη

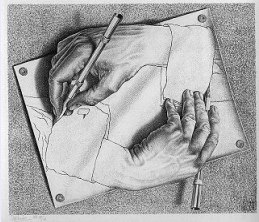
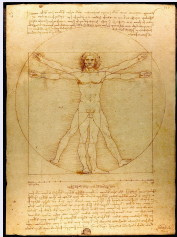


Η συμμετρία στην τέχνη εξυπηρετεί την αισθητική...

Γιατί συμμετρία;

Συμμετρία ↔ Αισθητική Ομορφιά

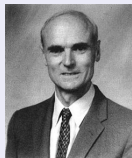
Στην Τέχνη



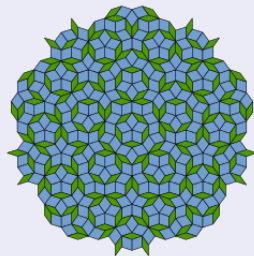
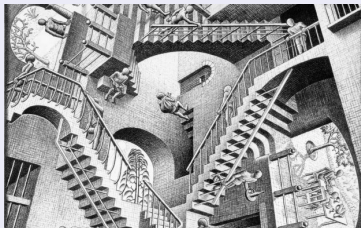
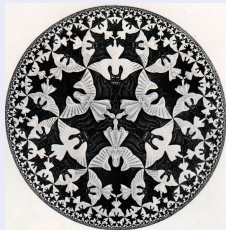
Η συμμετρία στην τέχνη εξυπηρετεί την αισθητική... Μόνο;

Μια ιδιαίτερη περίπτωση — Escher-Coxeter-Penrose

Τέχνη $\cap$ Μαθηματικά



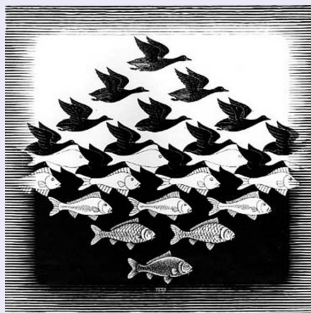
Αμφίδρομη αλληλεπίδραση



Υπερβολική γεωμετρία - Στρώσεις Penrose - Ψηφιδωτά

Δυσμός

Δύο οριακές καταστάσεις, μια ενιαία εικόνα



Στην Φυσική

Δύο διαφορετικές περιγραφές, μία μετρήσιμη φυσική κατάσταση

Τι είν' αυτό που το λένε συμμετρία;

Σύμφωνα με τον H. Weyl...

‘**Κάτι** είναι συμμετρικό όταν υπάρχει **κάτι** που μπορούμε να του κάνουμε, τέτοιο ώστε, αφού το κάνουμε, να μοιάζει ιδιο με πριν’

Τι είν' αυτό που το λένε συμμετρία;

Σύμφωνα με τον H. Weyl...

‘**Κάτι** είναι συμμετρικό όταν υπάρχει **κάτι** που μπορούμε να του κάνουμε, τέτοιο ώστε, αφού το κάνουμε, να μοιάζει ιδιο με πριν’

Τι είναι αυτό το **κάτι**; Και τι είναι αυτό το **κάτι**;

Ως τώρα συναντήσαμε συμμετρικά αντικείμενα...

Ωστόσο αυτό που θέλουμε να μελετήσουμε είναι οι συμμετρίες των **φυσικών νόμων**

Για παράδειγμα;

- ✧ Μετατόπιση στον χώρο
- ✧ Μετατόπιση στον χρόνο
- ✧ Στροφή υπό συγκεκριμένη γωνία
- ✧ Σταθερή ταχύτητα σε ευθεία γραμμή
- ✧ Αντιστροφή του χρόνου
- ✧ Κατοπτρισμός του χώρου
- ✧ Εναλλαγή ταυτόσημων ατόμων ή σωματιδίων
- ✧ Κβαντομηχανική φάση
- ✧ Εναλλαγή ύλης και αντιύλης
- ✧ ...

Μετασχηματισμός συμμετρίας ενός φυσικού νόμου

Αλλαγή μεταβλητών ή/και συντεταγμένων τέτοια ώστε
οι εξισώσεις να διατηρούν την μορφή τους $\rightsquigarrow$ συναλλοίωτες εξισώσεις

Δύο κατηγορίες συμμετριών

- ✦ Γεωμετρικές ή Χωροχρονικές ή Εξωτερικές συμμετρίες
- ✦ Εσωτερικές συμμετρίες που δεν αναφέρονται σε συντεταγμένες

Μετασχηματισμός Lorentz (γεωμετρική συμμετρία)

Ο θεμέλιος λίθος της θεωρίας της σχετικότητας

Αν θεωρήσουμε ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα που υπακούει στην εξίσωση διάδοσης

$$\left(\frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} \right)^2 - \left(\left(\frac{\partial}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial z} \right)^2 \right) \right) \varphi(x, y, z, t) = 0 ,$$

και μετασχηματίσουμε τις χωροχρονικές συντεταγμένες με βάση τον κανόνα

$$x' = \gamma(x - ut) , \quad y' = y , \quad z' = z , \quad t' = \gamma(t - \frac{u}{c^2}x) ,$$

όπου $\gamma = 1/\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$ είναι ο παράγοντας Lorentz, τότε η νέα εξίσωση είναι

$$\left(\frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial}{\partial t'} \right)^2 - \left(\left(\frac{\partial}{\partial x'} \right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial y'} \right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial z'} \right)^2 \right) \right) \varphi'(x', y', z', t') = 0 .$$

Οι ίδιοι φυσικοί νόμοι σε όλα τα αδρανειακά συστήματα αναφοράς

Κβαντομηχανική φάση (εσωτερική συμμετρία)

Στην κβαντομηχανική δουλεύουμε με μια ποσότητα που καλείται κυματοσυνάρτηση

Η μιγαδική αυτή ποσότητα, $\psi(x, t)$, ικανοποιεί την διάσημη εξίσωση Schroedinger

$$\frac{\hat{p}^2}{2m}\psi = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi, \quad \hat{p} = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$$

Το τετράγωνο της, $|\psi|^2$, αναπαριστά την πιθανότητα να συμβεί μια διαδικασία

Κβαντομηχανική φάση (εσωτερική συμμετρία)

Στην κβαντομηχανική δουλεύουμε με μια ποσότητα που καλείται κυματοσυνάρτηση

Η μιγαδική αυτή ποσότητα, $\psi(x, t)$, ικανοποιεί την διάσημη εξίσωση Schroedinger

$$\frac{\hat{p}^2}{2m}\psi = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi, \quad \hat{p} = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$$

Το τετράγωνο της, $|\psi|^2$, αναπαριστά την πιθανότητα να συμβεί μια διαδικασία

Αν κάνουμε έναν μετασχηματισμό φάσης, η πιθανότητα αυτή δεν μεταβάλλεται

$$\psi' = e^{i\theta} \psi \quad \Rightarrow \quad |\psi'|^2 = |\psi|^2.$$

Τέτοιου τύπου συμμετρίες βρίσκονται στην καρδιά όλης της σύγχρονης φυσικής!

Συμμετρίες και Αρχές Διατήρησης

Θεώρημα Noether

Σε κάθε συμμετρία αντιστοιχεί μια διατηρούμενη φυσική ποσότητα

Παραδείγματα

- ✧ Μετατόπιση στον χώρο $\rightsquigarrow$ ΑΔΟ
- ✧ Μετατόπιση στον χρόνο $\rightsquigarrow$ ΑΔΕ
- ✧ Στροφή υπό γωνία $\rightsquigarrow$ ΑΔΣ
- ✧ Κβαντομηχανική φάση $\rightsquigarrow$ ΑΔΦ

Ασυμμετρία...

Η Φύση δεν κάνει πάντα χρήση όλων των δυνατών συμμετριών

Επίσης, κάποιοι μετασχηματισμοί είναι συμμετρίες μόνο για κάποια φαινόμενα

Άλλοτε, μια θεωρία μπορεί να έχει λύσεις που δεν σέβονται την συμμετρία της

Μπορούμε να διακρίνουμε αριστερό και δεξί;

Μπορούμε να διακρίνουμε αριστερό και δεξί;

Με άλλα λόγια, είναι η φύση ίδια στον καθρέφτη;

Μπορούμε να διακρίνουμε αριστερό και δεξί;

Με άλλα λόγια, είναι η φύση ίδια στον καθρέφτη;

Αυτό εκφράζεται με έναν (κβαντικό) αριθμό που λέγεται ομοτιμία (parity)

Η ομοτιμία μπορεί να είναι $+1$ ή -1 και είναι πολλαπλασιαστικός αριθμός

Άρα, η τεχνική έκφραση του ερωτήματος είναι:

Διατηρείται η ομοτιμία;

Μπορούμε να διακρίνουμε αριστερό και δεξί;

Με άλλα λόγια, είναι η φύση ίδια στον καθρέφτη;

Αυτό εκφράζεται με έναν (κβαντικό) αριθμό που λέγεται ομοτιμία (parity)

Η ομοτιμία μπορεί να είναι $+1$ ή -1 και είναι πολλαπλασιαστικός αριθμός

Άρα, η τεχνική έκφραση του ερωτήματος είναι:

Διατηρείται η ομοτιμία;

Όσο αφορά τον ηλεκτρομαγνητισμό και την ισχυρή αλληλεπίδραση στον πυρήνα, **ναι**

αλλά...

Το αίνιγμα των μεσονίων τ και θ

Γύρω στο '54 ανακαλύφθηκαν δυο μεσόνια με τους κάτωθι κανόνες διάσπασης:

$$\theta^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$$

$$\tau^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$$

Το αίνιγμα των μεσονίων τ και θ

Γύρω στο '54 ανακαλύφθηκαν δυο μεσόνια με τους κάτωθι κανόνες διάσπασης:

$$\theta^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$$

$$\tau^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$$

Στην συνέχεια διαπιστώθηκε οτι τα δύο αυτά μεσόνια έχουν την ίδια μάζα.

Το αίνιγμα των μεσονίων τ και θ

Γύρω στο '54 ανακαλύφθηκαν δυο μεσόνια με τους κάτωθι κανόνες διάσπασης:

$$\theta^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$$

$$\tau^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$$

Στην συνέχεια διαπιστώθηκε οτι τα δύο αυτά μεσόνια έχουν την ίδια μάζα.

Έπειτα βρέθηκε ότι έχουν και τον ίδιο χρόνο ζωής πριν διασπαστούν.

Το αίνιγμα των μεσονίων τ και θ

Γύρω στο '54 ανακαλύφθηκαν δυο μεσόνια με τους κάτωθι κανόνες διάσπασης:

$$\theta^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$$

$$\tau^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$$

Στην συνέχεια διαπιστώθηκε οτι τα δύο αυτά μεσόνια έχουν την ίδια μάζα.

Έπειτα βρέθηκε ότι έχουν και τον ίδιο χρόνο ζωής πριν διασπαστούν.

Επίσης, πάντοτε έκαναν την εμφάνισή τους κατά την ίδια αναλογία.

Το αίνιγμα των μεσονίων τ και θ

Γύρω στο '54 ανακαλύφθηκαν δυο μεσόνια με τους κάτωθι κανόνες διάσπασης:

$$\theta^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$$

$$\tau^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$$

Στην συνέχεια διαπιστώθηκε οτι τα δύο αυτά μεσόνια έχουν την ίδια μάζα.

Έπειτα βρέθηκε ότι έχουν και τον ίδιο χρόνο ζωής πριν διασπαστούν.

Επίσης, πάντοτε έκαναν την εμφάνισή τους κατά την ίδια αναλογία.

Όπως είναι λογικό, θεωρήθηκε ότι μάλλον πρόκειται για ένα και το αυτό σωματίδιο

Το αίνιγμα των μεσονίων τ και θ

Γύρω στο '54 ανακαλύφθηκαν δυο μεσόνια με τους κάτωθι κανόνες διάσπασης:

$$\theta^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$$

$$\tau^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$$

Στην συνέχεια διαπιστώθηκε ότι τα δύο αυτά μεσόνια έχουν την ίδια μάζα.

Έπειτα βρέθηκε ότι έχουν και τον ίδιο χρόνο ζωής πριν διασπαστούν.

Επίσης, πάντοτε έκαναν την εμφάνισή τους κατά την ίδια αναλογία.

Όπως είναι λογικό, θεωρήθηκε ότι μάλλον πρόκειται για ένα και το αυτό σωματίδιο

Αλλά, αν ίσχυε κάτι τέτοιο, τότε η συμμετρία κατοπτρισμού παραβιάζεται!

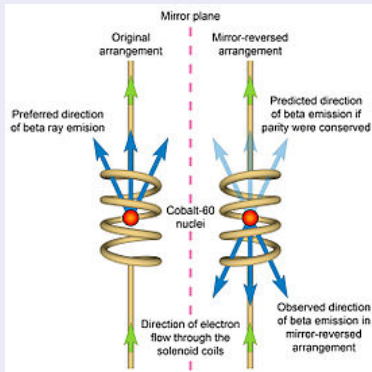
(ήταν ήδη γνωστό ότι τα πιόνια έχουν ομοτιμία -1)

Το πείραμα Wu

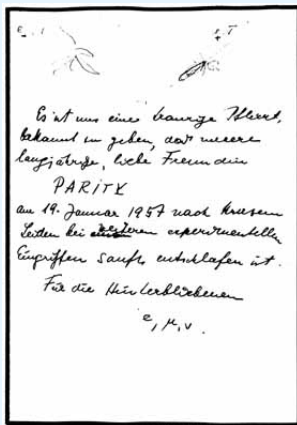
Η αλληλεπίδραση που ευθύνεται για αυτές τις διασπάσεις είναι η ασθενής πυρηνική

Οι φυσικοί Yang και Lee πρότειναν ότι η ασθενής αλληλεπίδραση παραβιάζει την συμμετρία κατοπτρισμού

Η πειραματική επιβεβαίωση ήρθε σύντομα με το πείραμα της Wu



Το κηδεύχαρτο της συμμετρίας κατοπτρισμού δια χειρός W. Pauli



Με μεγάλη μας λύπη ανακοινώνουμε ότι η από πολλών ετών πολυαγαπημένη μας φίλη ΟΜΟΤΙΜΙΑ απεβίωσε γαλήνια την 19η Ιανουαρίου 1957, μετά από μια σύντομη περίοδο ταλαιπωρίας κατά την διάρκεια περαιτέρω πειραματικών δοκιμών.

Οι πενθούντες,

e, μ, ν'

Η συμμετρία CPT

Η ομοτιμία (P) είναι ένα παράδειγμα διακριτής συμμετρίας

Η συμμετρία CPT

Η ομοτιμία (P) είναι ένα παράδειγμα διακριτής συμμετρίας

Δύο ακόμα σημαντικές διακριτές συμμετρίες είναι οι ακόλουθες:

Συμμετρία φορτίου (C)

Κάθε σωματίδιο αντικαθίσταται από το αντισωματίδιό του

Συμμετρία αντιστροφής χρόνου (T)

Αφήνουμε τον χρόνο να κυλήσει ανάποδα... ($t \rightarrow -t$)

Η συμμετρία CPT

Η ομοτιμία (P) είναι ένα παράδειγμα διακριτής συμμετρίας
Δύο ακόμα σημαντικές διακριτές συμμετρίες είναι οι ακόλουθες:

Συμμετρία φορτίου (C)

Κάθε σωματίδιο αντικαθίσταται από το αντισωματίδιό του

Συμμετρία αντιστροφής χρόνου (T)

Αφήνουμε τον χρόνο να κυλήσει ανάποδα... ($t \rightarrow -t$)

Καθεμία από αυτές τις συμμετρίες παραβιάζεται στην φύση!

Η συμμετρία CPT

Η ομοτιμία (P) είναι ένα παράδειγμα διακριτής συμμετρίας
Δύο ακόμα σημαντικές διακριτές συμμετρίες είναι οι ακόλουθες:

Συμμετρία φορτίου (C)

Κάθε σωματίδιο αντικαθίσταται από το αντισωματίδιό του

Συμμετρία αντιστροφής χρόνου (T)

Αφήνουμε τον χρόνο να κυλήσει ανάποδα... ($t \rightarrow -t$)

Καθεμία από αυτές τις συμμετρίες παραβιάζεται στην φύση!
Επίσης, κάθε συνδυασμός δύο εξ αυτών παραβιάζεται στην φύση!!

Η συμμετρία CPT

Η ομοτιμία (P) είναι ένα παράδειγμα διακριτής συμμετρίας
Δύο ακόμα σημαντικές διακριτές συμμετρίες είναι οι ακόλουθες:

Συμμετρία φορτίου (C)

Κάθε σωματίδιο αντικαθίσταται από το αντισωματίδιό του

Συμμετρία αντιστροφής χρόνου (T)

Αφήνουμε τον χρόνο να κυλήσει ανάποδα... ($t \rightarrow -t$)

Καθεμία από αυτές τις συμμετρίες παραβιάζεται στην φύση!
Επίσης, κάθε συνδυασμός δύο εξ αυτών παραβιάζεται στην φύση!!

Ωστόσο, ο συνδυασμός CPT και των τριών διατηρείται!!!

Καθολική και τοπική συμμετρία

Είδαμε ότι η κβαντομηχανική πιθανότητα και η εξίσωση του Schroedinger

$$\frac{\hat{p}^2}{2m}\psi = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi, \quad \hat{p} = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$$

είναι αναλλοίωτες υπό τον καθολικό μετασχηματισμό φάσης $\psi' = e^{i\theta} \psi$.

Καθολική και τοπική συμμετρία

Είδαμε ότι η κβαντομηχανική πιθανότητα και η εξίσωση του Schroedinger

$$\frac{\hat{p}^2}{2m}\psi = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi, \quad \hat{p} = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$$

είναι αναλλοίωτες υπό τον καθολικό μετασχηματισμό φάσης $\psi' = e^{i\theta} \psi$.

Ωστόσο, δεν είναι αναλλοίωτες υπό τον τοπικό μετασχηματισμό, όπου $\theta = \theta(t, x)$!

Η αρχή βάθμισης

Οι θεωρίες που περιγράφουν αλληλεπιδράσεις στον μικρόκοσμο είναι αναλλοίωτες υπό τοπικούς μετασχηματισμούς βαθμίδας

Πώς γίνεται αυτό;

Βάθμιση

- ✿ Εισάγουμε στην θεωρία μας νέα πεδία (πεδία βαθμίδας)
- ✿ Αφήνουμε τα νέα πεδία να αλληλεπιδράσουν με την ύλη

Τι είναι τα πεδία βαθμίδας;

Οι φορείς των θεμελιωδών αλληλεπιδράσεων... (φωτόνιο, $W^\pm$, Z^0 , γλοιόνια)

Μάζα

Συνέπεια της συμμετρίας βαθμίδας: οι φορείς αλληλεπιδράσεων δεν έχουν μάζα

Μάζα

Συνέπεια της συμμετρίας βαθμίδας: οι φορείς αλληλεπιδράσεων δεν έχουν μάζα

Το φωτόνιο και τα γλοιόνια όντως δεν έχουν μάζα...

Ωστόσο τα μποζόνια $W^{\pm}, Z^0$ που φέρουν την ασθενή αλληλεπίδραση έχουν μάζα!

Πώς εξηγείται αυτό;

Παραβίαση συμμετρίας

Θέλουμε και την πίτα ολόκληρη και τον σκύλο χορτάτο;

Παραβίαση συμμετρίας

Θέλουμε και την πίτα ολόκληρη και τον σκύλο χορτάτο; Περίπου...

Ο μηχανισμός Brout-Englert-Higgs (1964)

Η θεωρία διατηρεί την συμμετρία, αλλά η λύση της δεν την σέβεται

Ο μηχανισμός δίνει μάζα στα $W^\pm$, Z^0 , διατηρεί το φωτόνιο άμαζο και προβλέπει ένα νέο σωματίδιο

Η πειραματική επιβεβαίωση ήρθε μισό αιώνα αργότερα

Δυσισμός

Ο δυσισμός είναι μια έννοια πολύ γειτονική στην συμμετρία

Σε μερικές περιπτώσεις μάλιστα χρησιμοποιούμε τον όρο 'συμμετρία δυσισμού'

Ο δυσισμός αφορά δύο περιγραφές ενός φυσικού συστήματος που φαινομενικά μοιάζουν εντελώς διαφορετικές

Τι σημαίνει δυισμός στην πράξη;

Δύο παραδείγματα από την στατιστική φυσική/φυσική συμπυκνωμένης ύλης:

Παράδειγμα 1ο: Μποζονοποίηση σε 2D

Περιγραφή α: Φερμιόνιο ψ με μάζα m και αυτο-αλληλεπίδραση με σύζευξη g

Περιγραφή β: Μποζόνιο ϕ σε συνιμιτονικό δυναμικό $m \cos(\beta\phi)$

Οι δύο θεωρίες είναι ισοδύναμες με αντιστοίχιση παραμέτρων $\frac{\beta^2}{4\pi} = \frac{\pi}{\pi+g}$!

Βασική παρατήρηση: όταν $g \rightarrow \infty$, τότε $\beta \rightarrow 0$... όταν $\beta \rightarrow \infty$, τότε $g \rightarrow -\pi$...

Τι σημαίνει δυισμός στην πράξη;

Δύο παραδείγματα από την στατιστική φυσική/φυσική συμπυκνωμένης ύλης:

Παράδειγμα 2ο: Δυισμός Kramers-Wannier στο 2D μοντέλο Ising

Περιγραφή α: ατομικά σπιν σ_i σε τετραγωνικό πλέγμα αλληλεπιδρούν με σύζευξη J
Περιγραφή β: ατομικά σπιν σ'_i σε τετραγωνικό πλέγμα αλληλεπιδρούν με σύζευξη J'
Οι δύο θεωρίες είναι ισοδύναμες με αντιστοίχιση παραμέτρων $J' = -\frac{1}{2} \ln \tanh J$!
Βασική παρατήρηση: όταν $J' \rightarrow \infty$, τότε $J \rightarrow 0$... και αντιστρόφως...

Ηλεκτρισμός και Μαγνητισμός

Εξισώσεις Maxwell με ηλεκτρικές και μαγνητικές πηγές:

$$\begin{aligned}\operatorname{div} \vec{E} &= \rho_e, & \operatorname{curl} \vec{E} + \partial_t \vec{B} &= -\vec{j}_m, \\ \operatorname{div} \vec{B} &= \rho_m, & \operatorname{curl} \vec{B} - \partial_t \vec{E} &= \vec{j}_e.\end{aligned}$$

Μετασχηματισμός δισμού

$$(\vec{E}, \vec{B}, \rho_e, \rho_m, \vec{j}_e, \vec{j}_m) \rightarrow (\vec{B}, -\vec{E}, \rho_m, -\rho_e, \vec{j}_m, -\vec{j}_e)$$

Ένα βασικό δίδαγμα

Δυισμός ισχυρής/ασθενούς σύζευξης

$$g' = \frac{1}{g}$$

Φαινόμενα που είναι πολύπλοκα στην περιγραφή α, μπορεί να είναι απλά στην β!

Χορδές

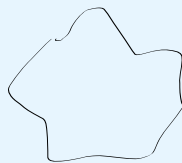
Μέχρι τώρα οι δισμοί αφορούσαν δυο περιγραφές με κβαντική θεωρία πεδίου

Θεωρία (υπερ)χορδών

Τα θεμελιώδη συστατικά δεν είναι σημειακά αλλά εκτεταμένα!



θεωρίες βαθμίδας



βαρύτητα

Διαστάσεις

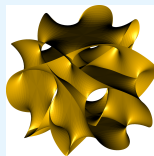
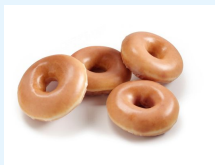
Οι υπερχορδές κινούνται σε χωροχρόνο 10 διαστάσεων...

Καλά οι 4... Οι άλλες 6;

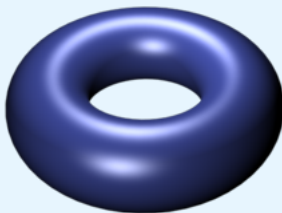
Διαστάσεις

Οι υπερχορδές κινούνται σε χωροχρόνο 10 διαστάσεων...

Καλά οι 4... Οι άλλες 6;

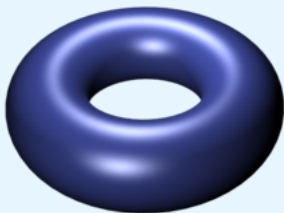


Ορμή vs. Περιτύλιγμα



Μια κλειστή χορδή μπορεί να κινείται με κάποια ορμή στον χώρο

Ορμή vs. Περιτύλιγμα



Μια κλειστή χορδή μπορεί να κινείται με κάποια ορμή στον χώρο

Μπορεί όμως και να περιτυλίσσεται γύρω από μια κυκλική κατεύθυνση...

Τι την συμφέρει ενεργειακά;

Μικρό ή Μεγάλο;

Εξαρτάται!

Αν ο κύκλος είναι μεγάλος, η ορμή κοστίζει λιγότερο...

Αλλά, αν ο κύκλος είναι μικρός συμφέρει το περιτύλιγμα!

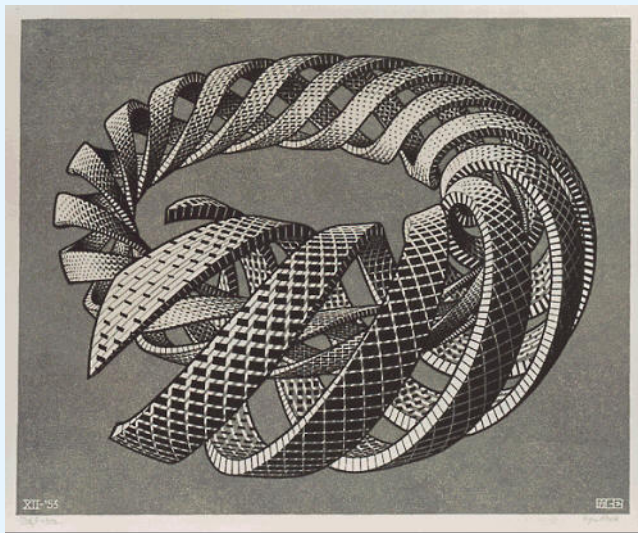
Δυσμός T

Περιγραφή α: Χορδή με ορμή σε κύκλο ακτίνας R

Περιγραφή β: Χορδή που περιτυλίγεται σε κύκλο ακτίνας $1/R$

Οι μετρήσιμες ποσότητες είναι αναλλοίωτες υπό τον δυσμό T

Μικρό και Μεγάλο;



Ολογραφία

Μέχρι τώρα οι δεισμοί αφορούσαν δυο περιγραφές με θεωρία πεδίου η θεωρία χορδών

Δεισμός θεωρίας βαθμίδας/θεωρίας χορδών (κβαντικής βαρύτητας)

Κβαντική βαρύτητα σε $d + 1$ διαστάσεις $\Leftrightarrow$ κβαντική θεωρία πεδίου σε d διαστάσεις

Επιλεγόμενα

Συμμετρίες και Δυισμοί

Παντού στην Φύση!

Ενότητα-Ενοποίηση — Βαθύτερη κατανόηση των φυσικών νόμων